



**MONTE
DEI PASCHI
DI SIENA**
BANCA DAL 1472



Eterogeneità delle perdite operative e distribuzioni di severità: un approccio Bayesiano gerarchico

Renato Vitolo

Banca Monte dei Paschi di Siena S.p.A.

Theodoros Economou

College of Engineering, Mathematics and Physical Sciences,
University of Exeter, Exeter, UK

(Le opinioni espresse dagli autori sono personali e non necessariamente rispecchiano quelle del Gruppo
Montepaschi)

28 giugno 2013

Sommario



Introduzione: modelli AMA basati su approccio LDA

Eterogeneità nei dati OpR: letteratura ed un esempio

Un modello Bayesiano gerarchico

Conclusioni



Introduzione: modelli AMA basati su approccio LDA

Eterogeneità nei dati OpR: letteratura ed un esempio

Un modello Bayesiano gerarchico

Conclusioni

Modelli AMA per i rischi operativi: approccio LDA



Modelli AMA (Advanced Measurement Approach), utilizzati per calcolo requisito patrimoniale rischi operativi nelle banche: tipicamente basati sul Loss Distribution Approach (LDA), raccomandato come standard da accordi Basilea II/III.

Modelli AMA per i rischi operativi: approccio LDA



Modelli AMA (Advanced Measurement Approach), utilizzati per calcolo requisito patrimoniale rischi operativi nelle banche: tipicamente basati sul Loss Distribution Approach (LDA), raccomandato come standard da accordi Basilea II/III.

LDA consiste nel modellizzare perdita totale osservata in un anno mediante distribuzione di probabilità L , utilizzando:

Modelli AMA per i rischi operativi: approccio LDA



Modelli AMA (Advanced Measurement Approach), utilizzati per calcolo requisito patrimoniale rischi operativi nelle banche: tipicamente basati sul Loss Distribution Approach (LDA), raccomandato come standard da accordi Basilea II/III.

LDA consiste nel modellizzare perdita totale osservata in un anno mediante distribuzione di probabilità L , utilizzando:

Dati interni: dati storici di perdite sofferte dalla banca;

Modelli AMA per i rischi operativi: approccio LDA



Modelli AMA (Advanced Measurement Approach), utilizzati per calcolo requisito patrimoniale rischi operativi nelle banche: tipicamente basati sul Loss Distribution Approach (LDA), raccomandato come standard da accordi Basilea II/III.

LDA consiste nel modellizzare perdita totale osservata in un anno mediante distribuzione di probabilità L , utilizzando:

Dati interni: dati storici di perdite sofferte dalla banca;

Dati esterni: dati storici da sorgenti esterne (basi di dati proprietarie, consorzi industriali);

Modelli AMA per i rischi operativi: approccio LDA



Modelli AMA (Advanced Measurement Approach), utilizzati per calcolo requisito patrimoniale rischi operativi nelle banche: tipicamente basati sul Loss Distribution Approach (LDA), raccomandato come standard da accordi Basilea II/III.

LDA consiste nel modellizzare perdita totale osservata in un anno mediante distribuzione di probabilità L , utilizzando:

Dati interni: dati storici di perdite sofferte dalla banca;

Dati esterni: dati storici da sorgenti esterne (basi di dati proprietarie, consorzi industriali);

Analisi di scenario: opinioni di esperti su stime di probabilità dell'occorrenza di eventi di perdita;

Fattori di contesto operativo e di controllo interno: fattori qualitativi che potrebbero influenzare il profilo di rischio operativo della banca.

Perdite operative e classi di rischio in Basilea II



La normativa prevede raccolta dati perdite operative e classificazione in 8 business lines (BL) e 7 event types (ET):

code	description	code	description
BL1	corporate finance	ET1	internal fraud
BL2	trading and sales	ET2	external fraud
BL3	retail banking	ET3	employment practices and workplace security
BL4	commercial banking	ET4	clients, products, and business practices
BL5	payment and settlement	ET5	damage to physical assets
BL6	agency services	ET6	business disruption and system failures
BL7	asset management	ET7	execution, delivery, and process management
BL8	retail brokerage		

Perdite operative e classi di rischio in Basilea II



La normativa prevede raccolta dati perdite operative e classificazione in 8 business lines (BL) e 7 event types (ET):

code	description	code	description
BL1	corporate finance	ET1	internal fraud
BL2	trading and sales	ET2	external fraud
BL3	retail banking	ET3	employment practices and workplace security
BL4	commercial banking	ET4	clients, products, and business practices
BL5	payment and settlement	ET5	damage to physical assets
BL6	agency services	ET6	business disruption and system failures
BL7	asset management	ET7	execution, delivery, and process management
BL8	retail brokerage		

↪ 56 classi di rischio (coppie (*b*, *e*) business line–event type)!

Perdite operative e classi di rischio in Basilea II



La normativa prevede raccolta dati perdite operative e classificazione in 8 business lines (BL) e 7 event types (ET):

code	description	code	description
BL1	corporate finance	ET1	internal fraud
BL2	trading and sales	ET2	external fraud
BL3	retail banking	ET3	employment practices and workplace security
BL4	commercial banking	ET4	clients, products, and business practices
BL5	payment and settlement	ET5	damage to physical assets
BL6	agency services	ET6	business disruption and system failures
BL7	asset management	ET7	execution, delivery, and process management
BL8	retail brokerage		

↪ 56 classi di rischio (coppie (b, e) business line–event type)!

Per ciascun anno t e ciascuna classe (b, e) si hanno

$n_t^{(b,e)}$ perdite,

Perdite operative e classi di rischio in Basilea II



La normativa prevede raccolta dati perdite operative e classificazione in 8 business lines (BL) e 7 event types (ET):

code	description	code	description
BL1	corporate finance	ET1	internal fraud
BL2	trading and sales	ET2	external fraud
BL3	retail banking	ET3	employment practices and workplace security
BL4	commercial banking	ET4	clients, products, and business practices
BL5	payment and settlement	ET5	damage to physical assets
BL6	agency services	ET6	business disruption and system failures
BL7	asset management	ET7	execution, delivery, and process management
BL8	retail brokerage		

↪ 56 classi di rischio (coppie (b, e) business line–event type)!

Per ciascun anno t e ciascuna classe (b, e) si hanno

$n_t^{(b,e)}$ perdite, con importi $x_{t,i}^{(b,e)}$, $i = 1, \dots, n_t^{(b,e)}$;

Perdite operative e classi di rischio in Basilea II



La normativa prevede raccolta dati perdite operative e classificazione in 8 business lines (BL) e 7 event types (ET):

code	description	code	description
BL1	corporate finance	ET1	internal fraud
BL2	trading and sales	ET2	external fraud
BL3	retail banking	ET3	employment practices and workplace security
BL4	commercial banking	ET4	clients, products, and business practices
BL5	payment and settlement	ET5	damage to physical assets
BL6	agency services	ET6	business disruption and system failures
BL7	asset management	ET7	execution, delivery, and process management
BL8	retail brokerage		

↪ 56 classi di rischio (coppie (b, e) business line–event type)!

Per ciascun anno t e ciascuna classe (b, e) si hanno

$n_t^{(b,e)}$ perdite, con importi $x_{t,i}^{(b,e)}$, $i = 1, \dots, n_t^{(b,e)}$;

$$I_t^{(b,e)} = \sum_{i=1}^{n_t^{(b,e)}} x_{t,i}^{(b,e)} : \text{perdita aggregata.}$$

Distribuzioni di frequenza e severità



Approccio tipico LDA: modellizzare perdita aggregata per
mediante distribuzione di probabilità composta L :

$$L = \sum_{i=1}^N X_i.$$

Distribuzioni di frequenza e severità



Approccio tipico LDA: modellizzare perdita aggregata per
mediante distribuzione di probabilità composta L :

$$L = \sum_{i=1}^N X_i.$$

N : distribuzione di frequenza (numero eventi);

Distribuzioni di frequenza e severità



Approccio tipico LDA: modellizzare perdita aggregata per
mediante distribuzione di probabilità composta L :

$$L = \sum_{i=1}^N X_i.$$

N : distribuzione di frequenza (numero eventi);

X_i : variabili iid, $X_i \sim X$ distribuzione di severità (importi).

Distribuzioni di frequenza e severità



Approccio tipico LDA: modellizzare perdita aggregata per
mediante distribuzione di probabilità composta L :

$$L = \sum_{i=1}^N X_i.$$

N : distribuzione di frequenza (numero eventi);

X_i : variabili iid, $X_i \sim X$ distribuzione di severità (importi).

Assunzione tipica: frequenza indipendente da severità.

Distribuzioni di frequenza e severità



Approccio tipico LDA: modellizzare perdita aggregata per
mediante distribuzione di probabilità composta L :

$$L = \sum_{i=1}^N X_i.$$

N : distribuzione di frequenza (numero eventi);

X_i : variabili iid, $X_i \sim X$ distribuzione di severità (importi).

Assunzione tipica: frequenza indipendente da severità.

X , N : stimate a partire da dati di perdite operative,

Distribuzioni di frequenza e severità



Approccio tipico LDA: modellizzare perdita aggregata per
mediante distribuzione di probabilità composta L :

$$L = \sum_{i=1}^N X_i.$$

N : distribuzione di frequenza (numero eventi);

X_i : variabili iid, $X_i \sim X$ distribuzione di severità (importi).

Assunzione tipica: frequenza indipendente da severità.

X , N : stimate a partire da dati di perdite operative,

indipendentemente per ciascuna classe di rischio (b , e).

Distribuzioni di frequenza e severità



Approccio tipico LDA: modellizzare perdita aggregata per
mediante distribuzione di probabilità composta L :

$$L = \sum_{i=1}^N X_i.$$

N : distribuzione di frequenza (numero eventi);

X_i : variabili iid, $X_i \sim X$ distribuzione di severità (importi).

Assunzione tipica: frequenza indipendente da severità.

X , N : stimate a partire da dati di perdite operative,

indipendentemente per ciascuna classe di rischio (b, e) .

\rightsquigarrow 56 coppie di distribuzioni $X^{(b,e)}$, $N^{(b,e)}$, con parametri da stimare.

Esempio di distribuzioni di frequenza e severità



Tipicamente $N \sim \text{Pois}(\lambda)$, distribuzione di Poisson con media λ :

$$P[N = n] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}.$$

Esempio di distribuzioni di frequenza e severità



Tipicamente $N \sim \text{Pois}(\lambda)$, distribuzione di Poisson con media λ :

$$P[N = n] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}.$$

Vari modelli possibili per la severità X : lognormale, Weibull, Generalised Pareto (GPD)-empirica.

Esempio di distribuzioni di frequenza e severità



Tipicamente $N \sim Pois(\lambda)$, distribuzione di Poisson con media λ :

$$P[N = n] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}.$$

Vari modelli possibili per la severità X : lognormale, Weibull, Generalised Pareto (GPD)-empirica.

GPD: per perdite x al di sopra di una soglia u vale

$$P[X \leq x] = G_{(\xi, u, \sigma)}(x) = 1 - \left(1 + \xi \frac{x - u}{\sigma}\right)^{-1/\xi} \quad \text{for } \xi \neq 0,$$

mentre per perdite inferiori a u : distribuzione empirica.

Esempio di distribuzioni di frequenza e severità



Tipicamente $N \sim Pois(\lambda)$, distribuzione di Poisson con media λ :

$$P[N = n] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}.$$

Vari modelli possibili per la severità X : lognormale, Weibull, Generalised Pareto (GPD)-empirica.

GPD: per perdite x al di sopra di una soglia u vale

$$P[X \leq x] = G_{(\xi, u, \sigma)}(x) = 1 - \left(1 + \xi \frac{x - u}{\sigma}\right)^{-1/\xi} \quad \text{for } \xi \neq 0,$$

mentre per perdite inferiori a u : distribuzione empirica.

La soglia u viene fissata a priori (di solito).

Parametri da stimare: σ (scala) e ξ (coda);

Esempio di distribuzioni di frequenza e severità



Tipicamente $N \sim Pois(\lambda)$, distribuzione di Poisson con media λ :

$$P[N = n] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}.$$

Vari modelli possibili per la severità X : lognormale, Weibull, Generalised Pareto (GPD)-empirica.

GPD: per perdite x al di sopra di una soglia u vale

$$P[X \leq x] = G_{(\xi, u, \sigma)}(x) = 1 - \left(1 + \xi \frac{x - u}{\sigma}\right)^{-1/\xi} \quad \text{for } \xi \neq 0,$$

mentre per perdite inferiori a u : distribuzione empirica.

La soglia u viene fissata a priori (di solito).

Parametri da stimare: σ (scala) e ξ (coda);

Modello separato per il **corpo** e per la **coda** dei dati (rispettivamente, perdite inferiori e superiori alla soglia u).

Un difficile compromesso



Da un lato, sarebbe desiderabile una elevata *granularità* del modello (elevato numero di classi di rischio), al fine di avere dati *statisticamente omogenei* in ciascuna classe.

Un difficile compromesso



Da un lato, sarebbe desiderabile una elevata *granularità* del modello (elevato numero di classi di rischio), al fine di avere dati *statisticamente omogenei* in ciascuna classe.

D'altro canto, le perdite operative *estreme* sono eventi rari: quindi molte classi \rightsquigarrow pochi dati in ciascuna classe \rightsquigarrow elevata incertezza nelle stime dei parametri, **particolarmente** nelle code superiori delle distribuzioni.

Un difficile compromesso



Da un lato, sarebbe desiderabile una elevata *granularità* del modello (elevato numero di classi di rischio), al fine di avere dati *statisticamente omogenei* in ciascuna classe.

D'altro canto, le perdite operative *estreme* sono eventi rari: quindi molte classi \rightsquigarrow pochi dati in ciascuna classe \rightsquigarrow elevata incertezza nelle stime dei parametri, **particolarmente** nelle code superiori delle distribuzioni.

La normativa prevede utilizzo dati esterni per ovviare a scarsità dati nelle code: ma i dati esterni/interni potrebbero essere disomogenei per vari motivi (dimensione aziendale, di business units, etc.)

Un difficile compromesso



Da un lato, sarebbe desiderabile una elevata *granularità* del modello (elevato numero di classi di rischio), al fine di avere dati *statisticamente omogenei* in ciascuna classe.

D'altro canto, le perdite operative *estreme* sono eventi rari: quindi molte classi \rightsquigarrow pochi dati in ciascuna classe \rightsquigarrow elevata incertezza nelle stime dei parametri, **particolarmente** nelle code superiori delle distribuzioni.

La normativa prevede utilizzo dati esterni per ovviare a scarsità dati nelle code: ma i dati esterni/interni potrebbero essere disomogenei per vari motivi (dimensione aziendale, di business units, etc.)

Problema 0: scarsità dati nelle code (perdite inattese).

Problema 1: eterogeneità dei dati interni/esterni.

Problema 2: eterogeneità dei dati interni.

Sommario



Introduzione: modelli AMA basati su approccio LDA

Eterogeneità nei dati OpR: letteratura ed un esempio

Un modello Bayesiano gerarchico

Conclusioni



Caratteristiche tipicamente osservate nei dati di perdite operative (studio base dati ORX):

Instabilità delle stime: una singola perdita estrema può causare cambiamenti drastici nella distribuzione stimata.



Caratteristiche tipicamente osservate nei dati di perdite operative (studio base dati ORX):

Instabilità delle stime: una singola perdita estrema può causare cambiamenti drastici nella distribuzione stimata.

Dominio delle misture: se vengono miscelate perdite generate da processi con code diverse, la miscela assume la coda più pesante.



Caratteristiche tipicamente osservate nei dati di perdite operative (studio base dati ORX):

Instabilità delle stime: una singola perdita estrema può causare cambiamenti drastici nella distribuzione stimata.

Dominio delle misture: se vengono miscelate perdite generate da processi con code diverse, la miscela assume la coda più pesante.

Molteplici meccanismi: corrispondono a probabilità diverse di generare eventi estremi di perdita.



Caratteristiche tipicamente osservate nei dati di perdite operative (studio base dati ORX):

Instabilità delle stime: una singola perdita estrema può causare cambiamenti drastici nella distribuzione stimata.

Dominio delle misture: se vengono miscelate perdite generate da processi con code diverse, la miscela assume la coda più pesante.

Molteplici meccanismi: corrispondono a probabilità diverse di generare eventi estremi di perdita.

Anomalia degli estremi: gli eventi più estremi non seguono con continuità dal resto della distribuzione.

Potenziale impatto di eterogeneità associata ad incertezza campionaria: un esempio numerico



Potenziale impatto di eterogeneità associata ad incertezza campionaria: un esempio numerico



Estraiamo casualmente dati da due GPD con:

- ▶ differenti parametri di scala σ_1 e σ_2 ;
- ▶ stessi parametri di coda ξ e soglia u ;

Potenziale impatto di eterogeneità associata ad incertezza campionaria: un esempio numerico



Estraiamo casualmente dati da due GPD con:

- ▶ differenti parametri di scala σ_1 e σ_2 ;
- ▶ stessi parametri di coda ξ e soglia u ;

ξ	u	σ	q.tà	tipo dati
0.4	0.5	0.2	50	

Potenziale impatto di eterogeneità associata ad incertezza campionaria: un esempio numerico



Estraiamo casualmente dati da due GPD con:

- ▶ differenti parametri di scala σ_1 e σ_2 ;
- ▶ stessi parametri di coda ξ e soglia u ;

ξ	u	σ	q.tà	tipo dati
0.4	0.5	0.2	50	“interni”

Potenziale impatto di eterogeneità associata ad incertezza campionaria: un esempio numerico



Estraiamo casualmente dati da due GPD con:

- ▶ differenti parametri di scala σ_1 e σ_2 ;
- ▶ stessi parametri di coda ξ e soglia u ;

ξ	u	σ	q.tà	tipo dati
0.4	0.5	0.2	50	“interni”
0.4	0.5	1	100	“esterni”

Potenziale impatto di eterogeneità associata ad incertezza campionaria: un esempio numerico



Estraiamo casualmente dati da due GPD con:

- ▶ differenti parametri di scala σ_1 e σ_2 ;
- ▶ stessi parametri di coda ξ e soglia u ;

ξ	u	σ	q.tà	tipo dati
0.4	0.5	0.2	50	“interni”
0.4	0.5	1	100	“esterni”

Stimo per massima verosimiglianza (con $u = 0.5$ fisso):

- ▶ due GPD \widehat{G}_1 e \widehat{G}_2 , stimate indipendentemente per i dati “interni” o “esterni”;

Potenziale impatto di eterogeneità associata ad incertezza campionaria: un esempio numerico



Estraiamo casualmente dati da due GPD con:

- ▶ differenti parametri di scala σ_1 e σ_2 ;
- ▶ stessi parametri di coda ξ e soglia u ;

ξ	u	σ	q.tà	tipo dati
0.4	0.5	0.2	50	“interni”
0.4	0.5	1	100	“esterni”

Stimo per massima verosimiglianza (con $u = 0.5$ fisso):

- ▶ due GPD \widehat{G}_1 e \widehat{G}_2 , stimate indipendentemente per i dati “interni” o “esterni”;
- ▶ una singola GPD $\widehat{G}_{1,2}$, dai dati mescolati.

Risultati delle stime:

$$\widehat{G}_1 \quad \widehat{\xi} \quad \widehat{\sigma} \quad | \quad \xi \quad \sigma$$
$$0.301 \quad 0.177$$



Risultati delle stime:

	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$	ξ	σ
\widehat{G}_1	0.301	0.177	0.4	0.2
\widehat{G}_2	0.574	0.769		



Risultati delle stime:

	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$	ξ	σ
\widehat{G}_1	0.301	0.177	0.4	0.2
\widehat{G}_2	0.574	0.769	0.4	1



Risultati delle stime:

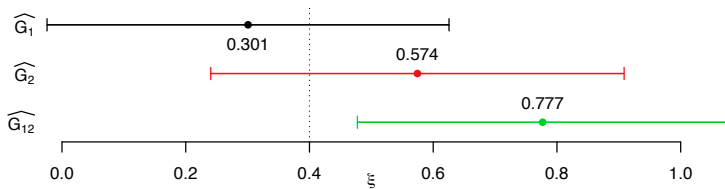
	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$	ξ	σ
\widehat{G}_1	0.301	0.177	0.4	0.2
\widehat{G}_2	0.574	0.769	0.4	1
$\widehat{G}_{1,2}$	0.777	0.402		



Risultati delle stime:



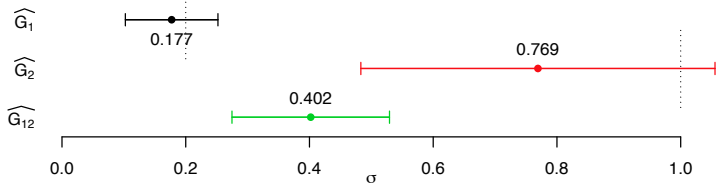
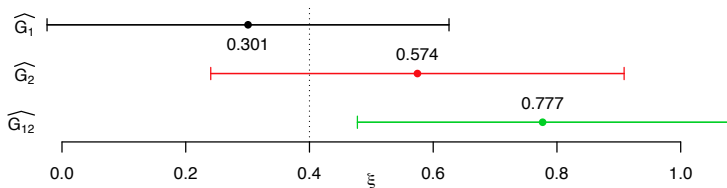
	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$	ξ	σ
\widehat{G}_1	0.301	0.177	0.4	0.2
\widehat{G}_2	0.574	0.769	0.4	1
$\widehat{G}_{1,2}$	0.777	0.402		



Risultati delle stime:



	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$	ξ	σ
\widehat{G}_1	0.301	0.177	0.4	0.2
\widehat{G}_2	0.574	0.769	0.4	1
$\widehat{G}_{1,2}$	0.777	0.402		





Elevata incertezza campionaria; mescolare dati disomogenei può distorcere significativamente la stima del parametro di coda ξ .



Elevata incertezza campionaria; mescolare dati disomogenei può distorcere significativamente la stima del parametro di coda ξ .

Nota:

$\xi > 0.5 \implies$ varianza infinita;



Elevata incertezza campionaria; mescolare dati disomogenei può distorcere significativamente la stima del parametro di coda ξ .

Nota:

$\xi > 0.5 \implies$ varianza infinita;

$\xi > 1 \implies$ media infinita



Elevata incertezza campionaria; mescolare dati disomogenei può distorcere significativamente la stima del parametro di coda ξ .

Nota:

$\xi > 0.5 \implies$ varianza infinita;

$\xi > 1 \implies$ media infinita

Paul Embrechts (Londra 2010): “Cannot risk-manage that!”



Elevata incertezza campionaria; mescolare dati disomogenei può distorcere significativamente la stima del parametro di coda ξ .

Nota:

$\xi > 0.5 \implies$ varianza infinita;

$\xi > 1 \implies$ media infinita

Paul Embrechts (Londra 2010): “Cannot risk-manage that!”
Problemi simulazioni Monte Carlo, particolarmente acuti per expected shortfall (Brunner, Piacenza, Monti, Bazzarelli, J. Op. Risk 4(1), 81–88, 2009).



Elevata incertezza campionaria; mescolare dati disomogenei può distorcere significativamente la stima del parametro di coda ξ .

Nota:

$\xi > 0.5 \implies$ varianza infinita;

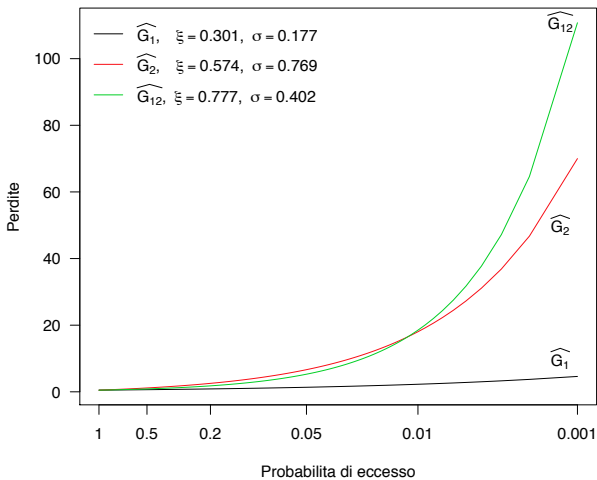
$\xi > 1 \implies$ media infinita

Paul Embrechts (Londra 2010): “Cannot risk-manage that!”
Problemi simulazioni Monte Carlo, particolarmente acuti per expected shortfall (Brunner, Piacenza, Monti, Bazzarelli, J. Op. Risk 4(1), 81–88, 2009).

Fluttuazioni nella stima del parametro di coda ξ possono causare variazioni significative del VaR.

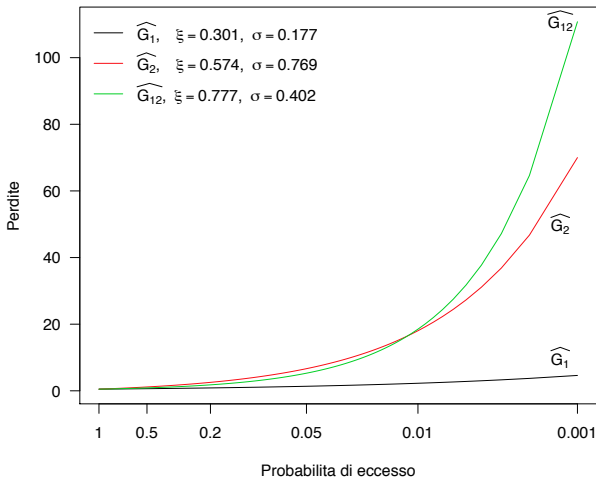


Livelli di ritorno delle perdite





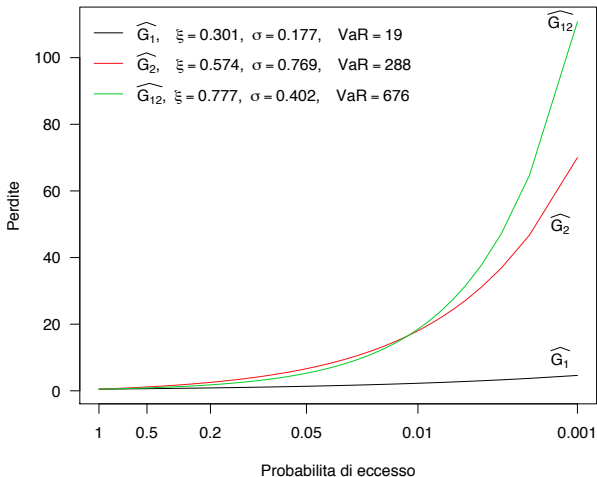
Livelli di ritorno delle perdite



Esempio: calcolo VaR 99.9% per i tre casi, supponendo frequenza annuale eventi perdita sia Poisson con media 10.



Livelli di ritorno delle perdite



Il VaR per la stima dei dati miscelati è maggiore del **doppio** della somma dei VaR per le due stime indipendenti.

Sommario



Introduzione: modelli AMA basati su approccio LDA

Eterogeneità nei dati OpR: letteratura ed un esempio

Un modello Bayesiano gerarchico

Conclusioni

Un modello Bayesiano gerarchico



Livello 2: $X_{it} \sim GPD(u, \sigma_t, \xi), \quad t = 1, 2$

Un modello Bayesiano gerarchico



Livello 2: $X_{it} \sim GPD(u, \sigma_t, \xi), \quad t = 1, 2$

Livello 1: $\sigma_t \sim Gamma(\mu_\sigma, \kappa_\sigma), \quad t = 1, 2.$

Un modello Bayesiano gerarchico



Livello 2: $X_{it} \sim GPD(u, \sigma_t, \xi), \quad t = 1, 2$

Livello 1: $\sigma_t \sim Gamma(\mu_\sigma, \kappa_\sigma), \quad t = 1, 2.$

$t = 1, 2$: indicatore tipo dati, $i = 1, \dots, 150$.

(Nota: distribuzioni Gamma parametrizzate in termini di media μ e coefficiente di variazione κ)

Un modello Bayesiano gerarchico



Livello 2: $X_{it} \sim GPD(u, \sigma_t, \xi), \quad t = 1, 2$

Livello 1: $\sigma_t \sim Gamma(\mu_\sigma, \kappa_\sigma), \quad t = 1, 2.$

$t = 1, 2$: indicatore tipo dati, $i = 1, \dots, 150$.

(Nota: distribuzioni Gamma parametrizzate in termini di media μ e coefficiente di variazione κ)

Livello distribuzioni a priori:

$$\xi \sim Gamma(\mu_\xi, \kappa_\xi), \quad \mu_\xi = 0.5, \kappa_\xi = 2;$$

$$\mu_\sigma \sim Gamma(10^{-4}, 10^{-4}), \kappa_\sigma = 2.$$

Un modello Bayesiano gerarchico



Livello 2: $X_{it} \sim GPD(u, \sigma_t, \xi), \quad t = 1, 2$

Livello 1: $\sigma_t \sim Gamma(\mu_\sigma, \kappa_\sigma), \quad t = 1, 2.$

$t = 1, 2$: indicatore tipo dati, $i = 1, \dots, 150$.

(Nota: distribuzioni Gamma parametrizzate in termini di media μ e coefficiente di variazione κ)

Livello distribuzioni a priori:

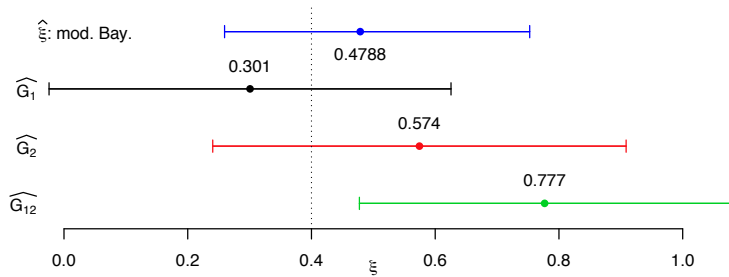
$$\xi \sim Gamma(\mu_\xi, \kappa_\xi), \quad \mu_\xi = 0.5, \kappa_\xi = 2;$$

$$\mu_\sigma \sim Gamma(10^{-4}, 10^{-4}), \kappa_\sigma = 2.$$

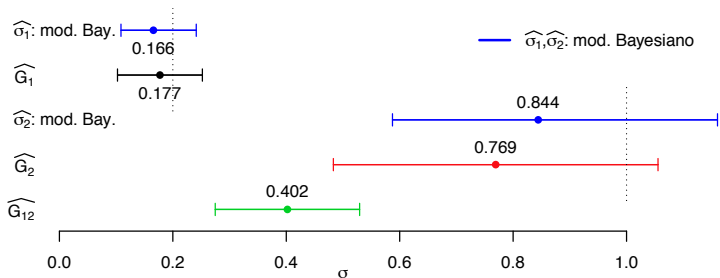
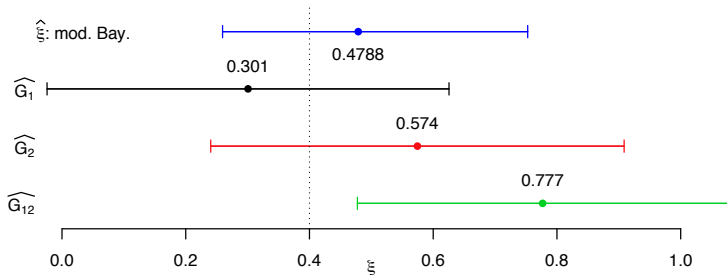
Vengono stimati: 1 parametro di coda ξ , due parametri di scala σ_1, σ_2 distinti, ma collegati tra loro tramite distribuzione a priori, 1 parametro di media μ_σ .

(Omessi dettagli su: metodo stima (MCMC), software (OpenBUGS), valori iniziali, burn-in, ...)

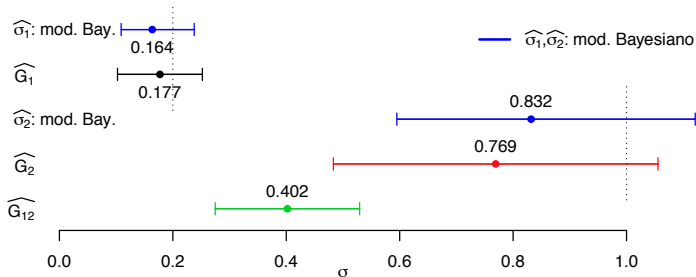
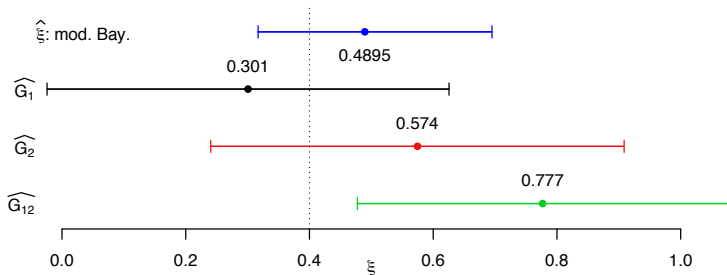
Risultati delle stime:



Risultati delle stime:



Usando $\kappa_\xi = 0.5$ ($\xi > 1$ diventa inverosimile):



Sommario



Introduzione: modelli AMA basati su approccio LDA

Eterogeneità nei dati OpR: letteratura ed un esempio

Un modello Bayesiano gerarchico

Conclusioni

Riepilogo dei punti salienti



- ▶ eterogeneità dati di perdite operative: può essere connessa a grandi valori del parametro di coda ξ ;

Riepilogo dei punti salienti



- ▶ eterogeneità dati di perdite operative: può essere connessa a grandi valori del parametro di coda ξ ; fluttuazioni relativamente contenute di ξ possono avere impatto significativo su stima rischio (VaR);

Riepilogo dei punti salienti



- ▶ eterogeneità dati di perdite operative: può essere connessa a grandi valori del parametro di coda ξ ; fluttuazioni relativamente contenute di ξ possono avere impatto significativo su stima rischio (VaR);
- ▶ modelli Bayesiani (gerarchici): possono aiutare a ridurre impatto eterogeneità dati, con beneficio aggiunto di riduzione incertezza stime (effetto “pooling/borrowing”);

Riepilogo dei punti salienti



- ▶ eterogeneità dati di perdite operative: può essere connessa a grandi valori del parametro di coda ξ ; fluttuazioni relativamente contenute di ξ possono avere impatto significativo su stima rischio (VaR);
- ▶ modelli Bayesiani (gerarchici): possono aiutare a ridurre impatto eterogeneità dati, con beneficio aggiunto di riduzione incertezza stime (effetto “pooling/borrowing”);
- ▶ abbiamo presentato modello-giocattolo per illustrare idee; applicazioni realistiche \implies strutture più articolate, basate su specifiche suddivisioni dati in classi omogenee;

Riepilogo dei punti salienti



- ▶ eterogeneità dati di perdite operative: può essere connessa a grandi valori del parametro di coda ξ ; fluttuazioni relativamente contenute di ξ possono avere impatto significativo su stima rischio (VaR);
- ▶ modelli Bayesiani (gerarchici): possono aiutare a ridurre impatto eterogeneità dati, con beneficio aggiunto di riduzione incertezza stime (effetto “pooling/borrowing”);
- ▶ abbiamo presentato modello-giocattolo per illustrare idee; applicazioni realistiche \implies strutture più articolate, basate su specifiche suddivisioni dati in classi omogenee; per ottenere omogeneità, può essere utile considerare *meccanismi di generazione delle perdite operative*: “Loss Generating Mechanisms” (Cope, 2012); in che contesto viene generata una perdita operativa?

Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Medova, Kyriacou (2002): modello Bayesiano gerarchico integrato per rischio mercato, credito, operativo.

Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Medova, Kyriacou (2002): modello Bayesiano gerarchico integrato per rischio mercato, credito, operativo.

Peters, Sisson (2006): aspetti computazionali (MCMC & ABC).

Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Medova, Kyriacou (2002): modello Bayesiano gerarchico integrato per rischio mercato, credito, operativo.

Peters, Sisson (2006): aspetti computazionali (MCMC & ABC).

Lambrigger, Shevchenko, Wütrich (2007): combinazione Bayesiana (coniugata) di dati interni, esterni e analisi scenario.

Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Medova, Kyriacou (2002): modello Bayesiano gerarchico integrato per rischio mercato, credito, operativo.

Peters, Sisson (2006): aspetti computazionali (MCMC & ABC).

Lambrigger, Shevchenko, Wütrich (2007): combinazione Bayesiana (coniugata) di dati interni, esterni e analisi scenario.

Dalla Valle, Giudici (2008): confronto tra MLE e Bayes MCMC per stimare vari tipi di distribuzione frequenza/severità.

Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Medova, Kyriacou (2002): modello Bayesiano gerarchico integrato per rischio mercato, credito, operativo.

Peters, Sisson (2006): aspetti computazionali (MCMC & ABC).

Lambrigger, Shevchenko, Wütrich (2007): combinazione Bayesiana (coniugata) di dati interni, esterni e analisi scenario.

Dalla Valle, Giudici (2008): confronto tra MLE e Bayes MCMC per stimare vari tipi di distribuzione frequenza/severità.

Shevchenko (2011): Springer textbook “Modelling Operational Risk Using Bayesian Inference”.

Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Medova, Kyriacou (2002): modello Bayesiano gerarchico integrato per rischio mercato, credito, operativo.

Peters, Sisson (2006): aspetti computazionali (MCMC & ABC).

Lambrigger, Shevchenko, Wütrich (2007): combinazione Bayesiana (coniugata) di dati interni, esterni e analisi scenario.

Dalla Valle, Giudici (2008): confronto tra MLE e Bayes MCMC per stimare vari tipi di distribuzione frequenza/severità.

Shevchenko (2011): Springer textbook “Modelling Operational Risk Using Bayesian Inference”.

Hassani, Renaudin (2013): approccio Bayes MCMC “a cascata” per integrazione dati interni, esterni e analisi scenario.

Un futuro Bayesiano per i modelli AMA?



Medova, Kyriacou (2002): modello Bayesiano gerarchico integrato per rischio mercato, credito, operativo.

Peters, Sisson (2006): aspetti computazionali (MCMC & ABC).

Lambrigger, Shevchenko, Wütrich (2007): combinazione Bayesiana (coniugata) di dati interni, esterni e analisi scenario.

Dalla Valle, Giudici (2008): confronto tra MLE e Bayes MCMC per stimare vari tipi di distribuzione frequenza/severità.

Shevchenko (2011): Springer textbook “Modelling Operational Risk Using Bayesian Inference”.

Hassani, Renaudin (2013): approccio Bayes MCMC “a cascata” per integrazione dati interni, esterni e analisi scenario.

Alexander (2000): Bayesian Belief Networks (tema collegato).



Bibliografia



C. Alexander.

Measuring operational risks with bayesian belief networks.
Derivatives, Use Trading and Regulation, 6(2):166–196,
2000.



Eric W. Cope.

Combining scenario analysis with loss data in operational
risk quantification.
Journal of Operational Risk, 7(1):39 – 56, 2012.



Bertrand K. Hassani and Alexis Renaudin.

The cascade bayesian approach for a controlled integration
of internal data, external data and scenarios.
preprint, 2013.



D.D. Lambrigger, P.V. Shevchenko, and M.V. Wütrich.

The quantification of operational risk using internal data,
relevant external data and expert opinion.
Journal of Operational Risk, 2(3):3 – 27, 2007.



-  E.A. Medova and M.N. Kyriacou.
Extremes in operational risk management.
In M.A.H. Dempster, editor, *Risk Management: Value at Risk and Beyond*. Cambridge University Press, 2002.
Judge Institute Working Paper WP05/2001.

-  G.W. Peters and S.A. Sisson.
Bayesian inference, monte carlo sampling and operational risk.
Journal of Operational Risk, 1(3):27 – 50, 2006.

-  P.V. Shevchenko.
Modelling Operational Risk Using Bayesian Inference.
Springer, 2011.

-  L. Dalla Valle and P. Giudici.
A bayesian approach to estimate the marginal loss distributions in operational risk management.
Computational Statistics & Data Analysis, 52(6):3107 – 3127, 2008.



**MONTE
DEI PASCHI
DI SIENA**
BANCA DAL 1472

www.mps.it