

Dal CVA al rischio spread:
tra rischio di credito e rischio di
mercato

Umberto Cherubini, Università di Bologna

Convention ABI, “Basilea III, 2013”

Roma, 27-28 giugno 2013

Dal CVA al credit spread

- Fonte di fattori di rischio: devono essere riferiti alla valutazione di mercato (risk-neutral valuation)
- Fattori di rischio: modelli di CVA e credit spread
 - Modello di probabilità di default
 - Modello di recovery
 - Modello di esposizione al rischio
- Fattori di rischio: portafogli di crediti
 - Correlazione (cross-section e temporale)
 - Rischio sistemico e idiosincratico
 - Contagio
- Misure: VaR vs ES

Misure del rischio di credito (risk-neutral)

- La probabilità di *default* risk-neutral, può essere calibrata usando
 - Informazione implicita nei prezzi azionari
 - Informazione implicita negli *asset swap*.
 - Informazione implicita nei *credit spread*
 - Informazione implicita nei CDS

Modelli del rischio di *default*

- Modelli strutturali
 - Il rischio è determinato a partire da un modello della struttura finanziaria e industriale dell' emittente dell' obbligazione (la sua linea di business ed il suo stato patrimoniale)
 - Il premio per il rischio è determinato a partire dalla teoria delle opzioni
- Modelli in forma ridotta (*intensity based*)
 - Il rischio è modellato sulla base di ipotesi statistiche sulle probabilità di *default* ed il tasso di recupero
 - Il premio per il rischio è determinato a partire dalla teoria della struttura a termine

Basilea III CVA

- In generale il CVA è il valore che deve essere detratto dal valore di un titolo per includere il rischio di controparte.
- La formula generale è riportata in Basilea III

$$CVA = LGD \sum_{i=1}^T \max\left(0; \exp\left(-\frac{s_{t-1}t_{i-1}}{LGD}\right) - \exp\left(-\frac{s_t t_i}{LGD}\right)\right) \frac{EE_{i-1}D_{i-1} + EE_i D_i}{2}$$

Osservazioni

- Il CVA è definito come la protection leg di un Contingent CDS (CDS in cui chi vende protezione paga la perdita su un derivato)
- La formula assume indipendenza tra l'esposizione attesa e il rischio di credito del venditore di protezione: non c'è Wrong Way Risk (WWR)
- In generale, l'esposizione attesa ha la forma di un payoff di un'opzione (opzione ibrida sotto WWR)
- Nel caso in cui l'esposizione attesa sia costante, il CVA è la protection leg di un normale CDS

CVA di un forward (parte lunga)

- Il valore del *pay-off* del contratto *forward* deve tenere conto sia del segno del valore sia dell' evento di *default* della controparte rilevante.
- Dal punto di vista della controparte lunga

$$\begin{aligned} CF_A(T) &= \max[S(T) - F(0), 0](1 - \mathbf{1}_B) + \\ &\quad \max[S(T) - F(0), 0]RR_B \mathbf{1}_B - \\ &\quad - \max[F(0) - S(T), 0] = \\ CF(T) &- Lgd_B \mathbf{1}_B \max[S(T) - F(0), 0] \end{aligned}$$

CVA di un forward (parte corta)

- Anche per la controparte corta l'evento di *default* è rilevante solo nell'ipotesi in cui il valore del contratto finisca *in-the-money*.

- Dal punto di vista della controparte corta

$$\begin{aligned} CF_B(T) &= \max[F(0) - S(T), 0](1 - \mathbf{1}_A) + \\ &\quad \max[F(0) - S(T), 0]RR_A \mathbf{1}_A - \\ &\quad - \max[S(T) - F(0), 0] = \\ &\quad - CF(T) - Lgd_A \mathbf{1}_A \max[F(0) - S(T), 0] \end{aligned}$$

CVA di un forward

- Il rischio di controparte è rappresentato da
$$E_Q[P(t,T)Lgd_i \mathbf{1}_i \max[\omega(S(T) - F(0)), 0]]$$
con $i = A, B$ e $\omega = 1(-1)$ per opzioni call (put)
- Il rischio di controparte è composto da
 - Rischio di tasso.
 - Rischio di mercato del sottostante
 - Rischio di *default* della controparte
 - Rischio di *recovery*
- Tutti questi fattori di rischio possono essere correlati tra di loro.

Esposizione di un contratto swap (parte lunga)

- Assumiamo che lo scadenziario del contratto swap sia $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ e che il default della controparte che riceve fisso (B) si verifichi tra il tempo t_{j-1} e t_j . In questo caso la perdita per la controparte che paga fisso è pari a

$$\text{Lgd}_B \sum_{i=j}^{n-1} P(t, t_{i+1}) \max(sr(t_j, t_n) - k, 0)$$

dove sr è il tasso *swap* al tempo t_j e k è il tasso *swap* originario.

- Si noti che il pay-off è quello di una swaption payer.

Esposizione di un contratto swap (parte corta)

- Assumiamo che lo scadenziario del contratto swap sia $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ e che il *default* della controparte che paga fisso (A) si verifichi tra il tempo t_{j-1} e t_j . In questo caso la perdita per la controparte che riceve fisso è pari a

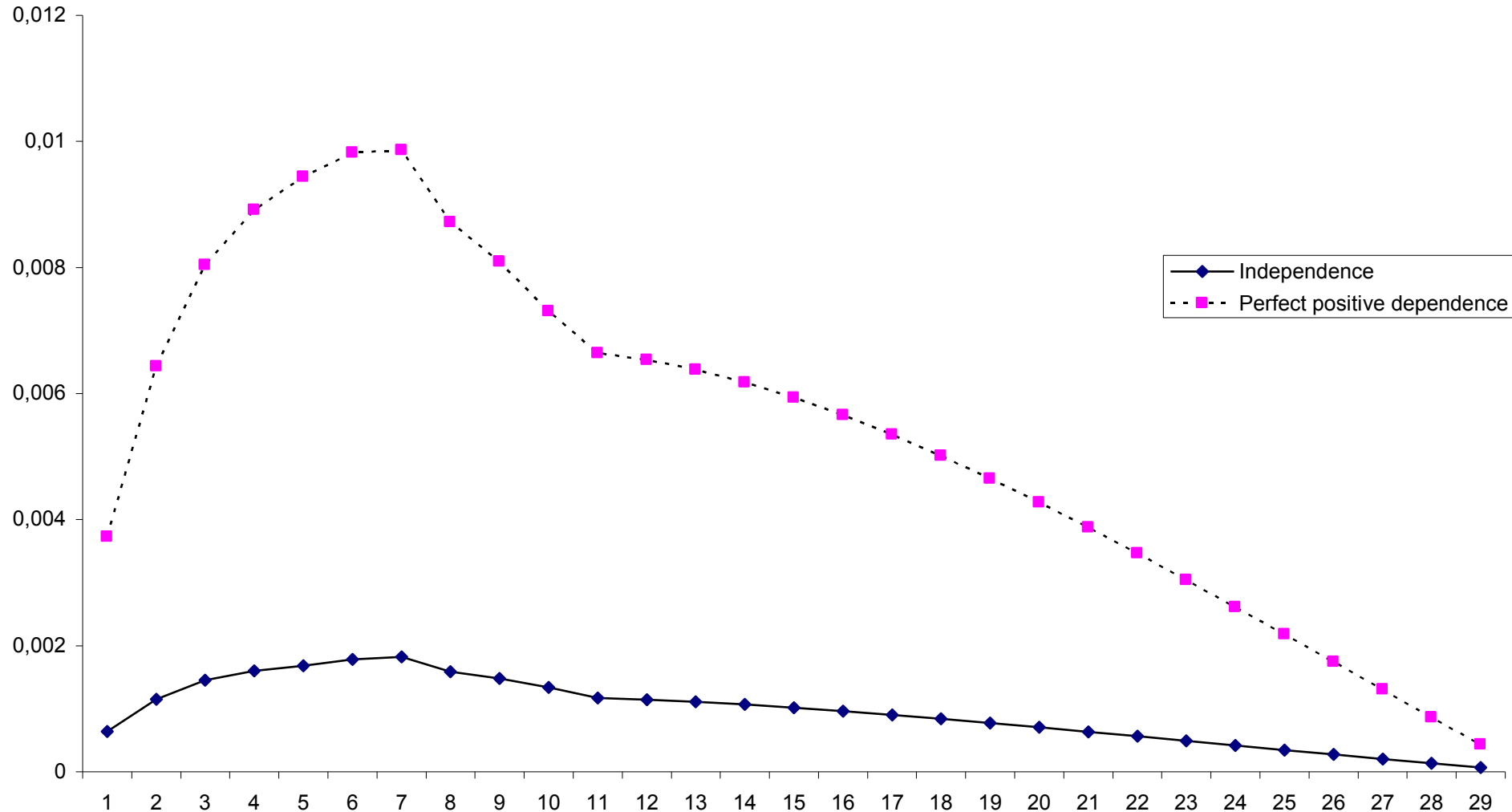
$$\text{Lgd}_A \sum_{i=j}^{n-1} P(t, t_{i+1}) \max(k - sr(t_j, t_n), 0)$$

dove sr è il tasso *swap* al tempo t_j e k è il tasso *swap* originario.

- Si noti che il pay-off è quello di una *swaption receiver*.

Esposizione attesa di un swap

Vulnerable Call Swaptions: Financial Institution Paying Fixed



E l' esposizione attesa di un bond?

- L' esposizione attesa un bond non ha la natura di un' opzione e si può essere tentati di concludere che sia il valore facciale del debito.
- In realtà, poiché ciò che rileva ai fini del rischio CVA-spread è il modo in cui il mercato calcola l' esposizione, la conclusione può non essere così scontata
- La valutazione può essere marcatamente diversa a seconda di come è calcolato il recovery.

Metodi di calcolo del recovery

- Recovery at face value: la percentuale di recupero è rapportata al valore nominale dell'esposizione.
- Recovery at market value: la percentuale di recupero è rapportata al valore di mercato dell'esposizione prima del default
- Recovery at treasury: la percentuale di recupero è rapportata alla somma del valore attuale dei flussi futuri di interessi e capitale che devono ancora essere riscossi al momento del default.

Il caso dell' OPS Argentina

- Nel 2005 l' Argentina offrì un programma di scambio dei bond in default dal 2001 per due tipi di titoli
- Discount bond: maturità 12/2033, cedole 7.82% (capitalizzate fino al 12/2013). Rapporto di scambio 33.70%
- Par bond: maturità 09/2038, cedole più basse con struttura step up (2.26%, 3.38%, 4.74%). Rapporto di scambio: 100%

Descrizione dell' analisi

- Estraiamo la struttura a termine della probabilità di default dell' Argentina dai CDS
- Calibriamo il tasso di recupero sul debito argentino sui due bond (par e discount)
- Risultato: con la valutazione dell' esposizione a treasury riproduciamo la stessa valutazione di mercato dei due titoli, cosa che non riusciamo a fare con la valutazione a face value.

Argentina CDS

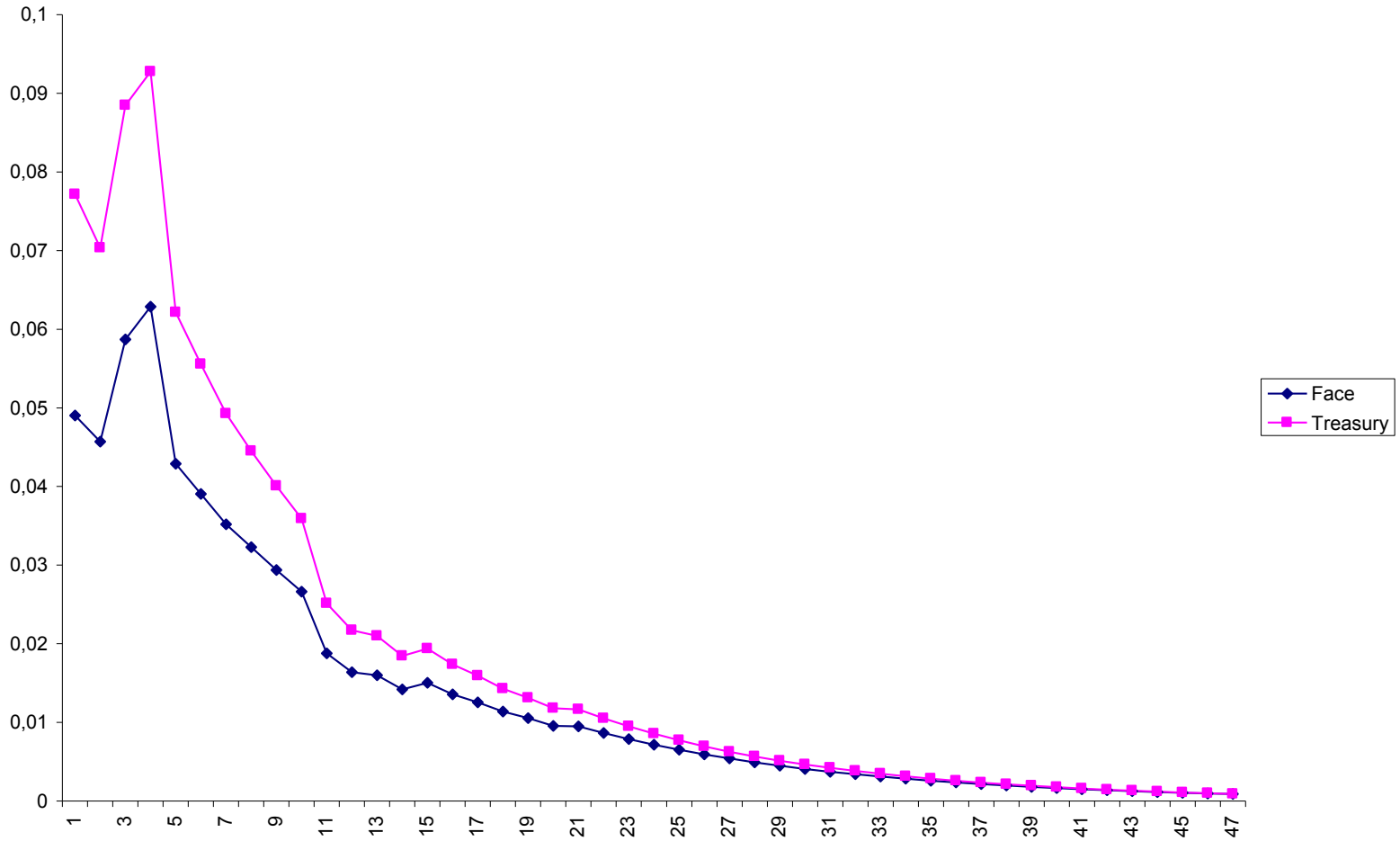
$$Q(n) = Q(n-1) \left[1 - \frac{CDS(n)}{LGD} \right] - \frac{CDS(n) - CDS(n-1)}{v(0,n)LGD} \sum_{i=1}^{n-1} v(0,i)Q(i-1)$$

| Maturity | Swap Rate | Discount | CDS | $v(0,i)Q(i-1)$ | $Q(n)$ | DP(n) | CDP(n) | Intensity |
|----------|-----------|----------|--------|----------------|--------|--------|---------|-----------|
| 1 | 1,12 | 0,989 | 714,41 | 0,989 | 0,881 | 11,91% | 11,907% | 12,68% |
| 2 | 1,40 | 0,973 | 823,16 | 0,8567589 | 0,726 | 17,62% | 27,432% | 19,39% |
| 3 | 1,72 | 0,950 | 836,18 | 0,6892958 | 0,619 | 14,73% | 38,124% | 15,94% |
| 4 | 2,03 | 0,922 | 841,90 | 0,5705105 | 0,529 | 14,55% | 47,128% | 15,72% |
| 5 | 2,31 | 0,891 | 845,32 | 0,470926 | 0,452 | 14,52% | 54,806% | 15,69% |
| 6 | 2,56 | 0,857 | 829,51 | 0,3874916 | 0,402 | 11,13% | 59,836% | 11,80% |
| 7 | 2,76 | 0,823 | 818,17 | 0,3306688 | 0,357 | 11,18% | 64,326% | 11,86% |
| 8 | 2,93 | 0,789 | 813,84 | 0,2815426 | 0,313 | 12,39% | 68,747% | 13,23% |
| 9 | 3,07 | 0,756 | 810,43 | 0,236256 | 0,274 | 12,35% | 72,606% | 13,18% |
| 10 | 3,189 | 0,723 | 807,79 | 0,1981686 | 0,24 | 12,35% | 75,990% | 13,19% |

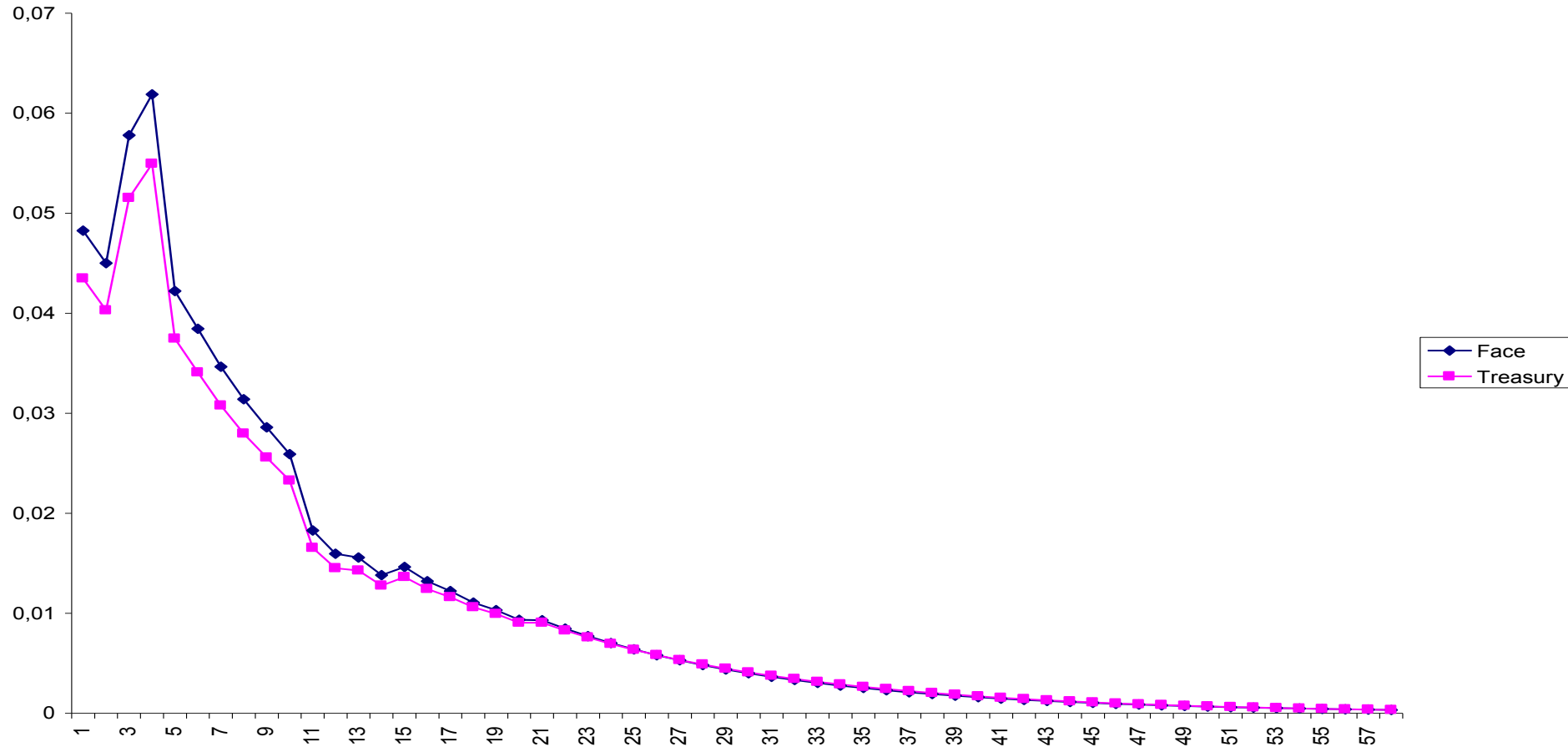
Titoli OPS

- Tipo: Discount
 - Market price: 63.974
 - Fair Value: 151.12
 - EL (Face): 67.46
 - EL (Treasury): 87.22
 - Value (Face): 83.66
 - Value (Trs): 63.91
 - Recovery: 21.92%
- Tipo: Par
 - Market price: 31.25
 - Fair Value: 91.22
 - EL (Face): 64.50
 - EL (Treasury): 59.22
 - Value (Face): 26.73
 - Value (Trs): 32.00
 - Recovery: 21.92%

Recovery: PAR



Recovery: DISCOUNT



Fattori di rischio di portafogli

- Nel caso di portafogli di titoli defaultable, il rischio spread si arricchisce di una seconda dimensione, che riguarda la correlazione tra i rischi di credito dei diversi elementi del portafoglio.
- Come per ogni esposizione lo spread è l'ammontare di pagamenti periodici richiesti per assicurare un titolo contro perdite derivanti da rischio di credito, lo stesso concetto si applica a perdite su portafogli
- L'equivalente dei CDS in questo caso sono i CDX (i-Traxx). Si tratta dell'unica fonte di informazione disponibile a proposito della struttura di dipendenza percepita dal mercato (risk-neutral).

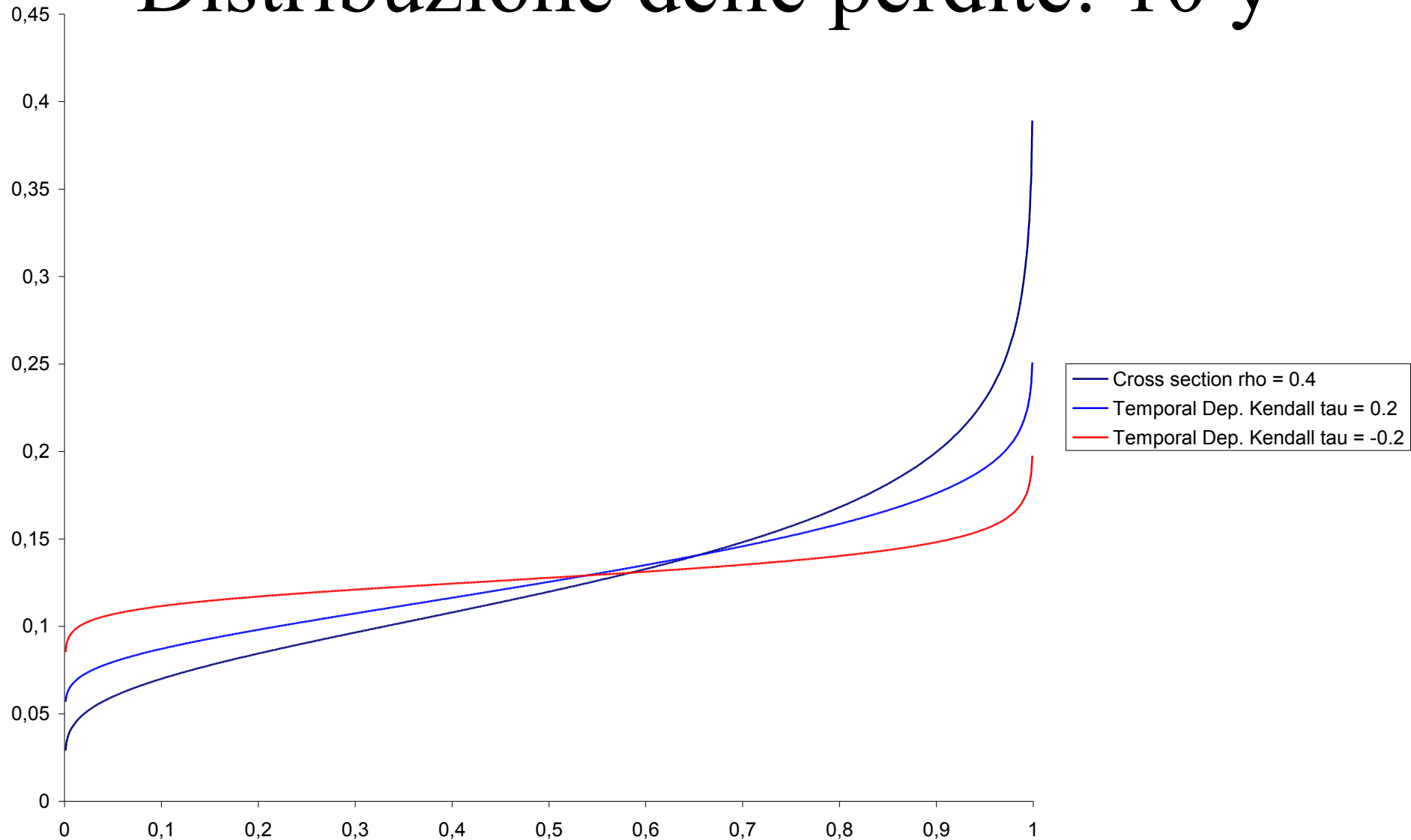
Modelli del rischio di correlazione

- Modelli strutturali.
 - Modello di Vasicek. Esposizioni omogenee: stessa probabilità di default, stessa correlazione tra gli asset. Per ogni emittente il default è modellato con un modello strutturale.
- Modelli in forma ridotta (intensity-based).
 - Marshall-Olkin. L' intensità di default di ogni emittente può essere scomposta in una parte che riguarda il default comune con altri emittenti e una parte che riguarda una intensità idiosincronica

Quale correlazione?

- Correlazione cross-section. Dipende dalla struttura di correlazione tra le attività finanziarie degli emittenti.
- Correlazione temporale. Determina la probabilità di riportare perdite future date le perdite correnti.
- Entrambi i tipi di correlazione hanno un impatto simile sulla forma della distribuzione di probabilità delle perdite.

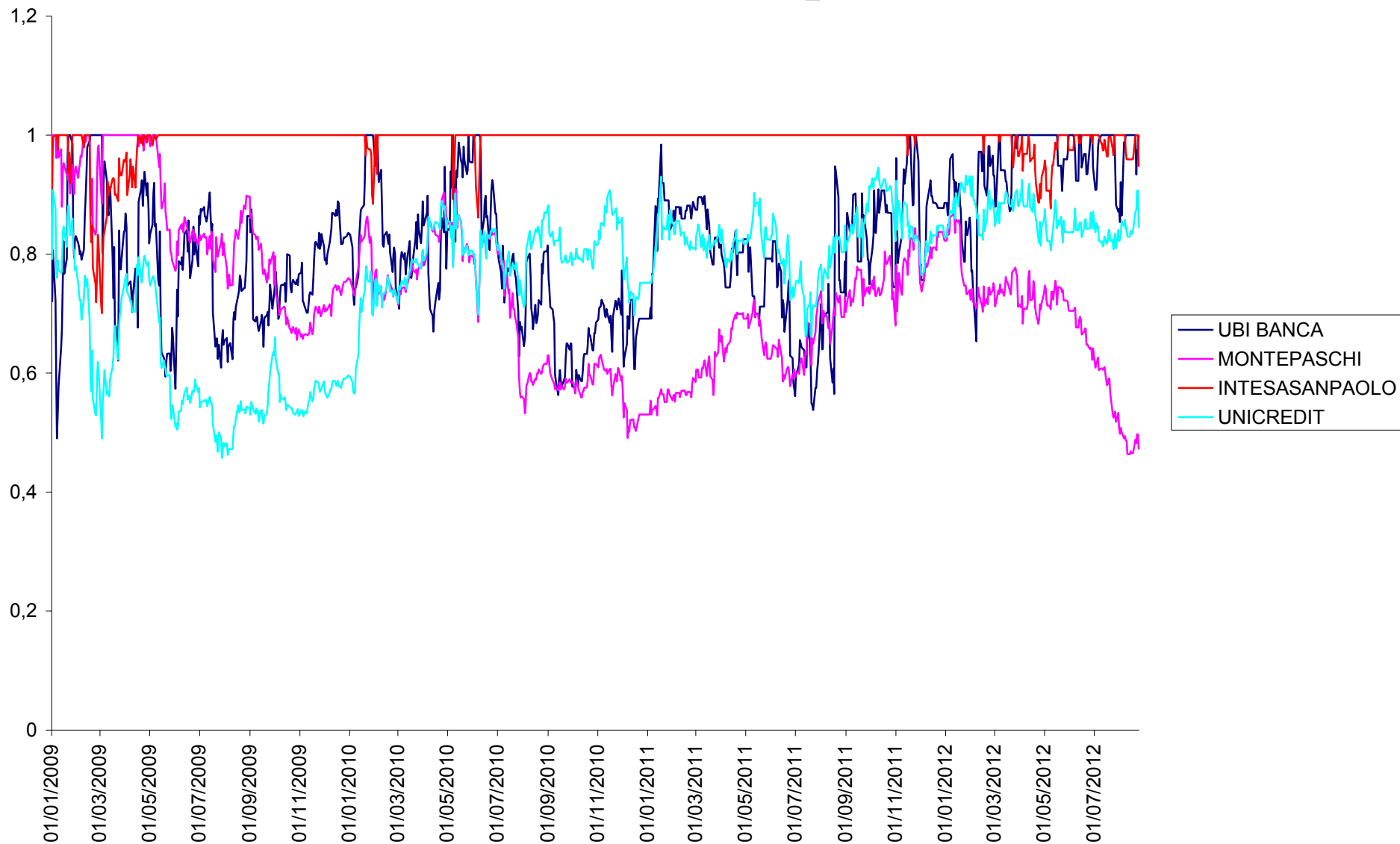
Distribuzione delle perdite: 10 y



Rischio sistemico e contagio

- Il modello di Marshall-Olkin consente di studiare gli effetti di contagio.
- Modello di Marshall-Olkin tradizionale: l'evento "crisi sistemica" è un fattore di rischio indipendente dagli altri.
- Modelli di Marshall-Olkin generalizzati: l'evento crisi sistemica può essere legato da una struttura di dipendenza con il default dei singoli elementi.

Il rapporto tra intensità di default sistemica e intensità individuale: quattro banche



La misura: VaR vs ES

- Una volta costruita la distribuzione di profitti e perdite, il problema è la misura del rischio nelle code.
- VaR vs ES: lungo periodo di prevalenza del VaR nella pratica e di ES nell' accademia.
- Problema del VaR: non è sub-adittivo (ma è un problema?)
- Problema dell' ES: non è “elicitable” (notizia dell' ultim' ora)